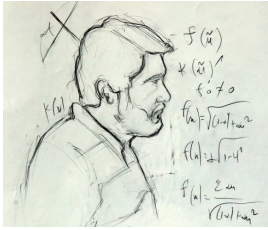
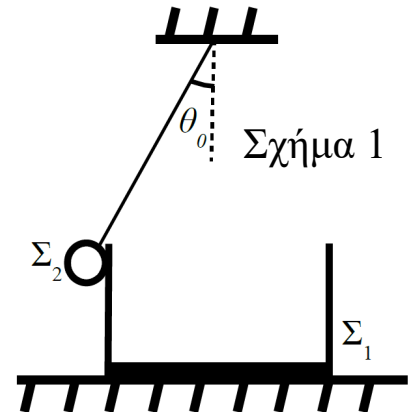


<p>Σύλλογος Θετικών Επιστημόνων Δράμας</p>	<p>Διαγωνισμός στη μνήμη του καθηγητή: Βασίλη Ξανθόπουλου</p>
	<p>Φυσική: Τάξη: Α΄ Δράμα 26 Μαρτίου 2023</p>

Η καρότσα Σ_1 και η σφαίρα Σ_2 στο Σχήμα 1 έχουν μάζες $M_1=60\text{ kg}$ και $m_2=20\text{ kg}$, αντίστοιχα. Η σφαίρα, που έχει αμελητέες διαστάσεις, κρέμεται από οροφή με τη βοήθεια νήματος, και στηρίζεται στην καρότσα υπό γωνία $\theta_0=45^\circ$. Η καρότσα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Τα πλαϊνά τοιχώματα της καρότσας είναι λεία. Κατά αυτόν τον τρόπο, τα δύο σώματα ισορροπούν.

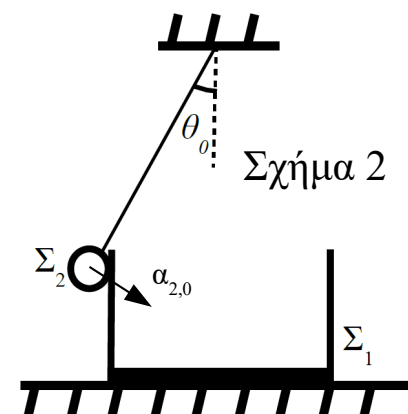


A₁) Σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε ένα από τα δύο σώματα, και υποδείξτε ποιες από αυτές είναι ζευγάρια δράσης-αντίδρασης.

A₂) Βρείτε το μέτρο της κάθε δύναμης και δικαιολογήστε την ισορροπία τού καθενός από τα δύο σώματα.

A₃) Πόση θα έπρεπε να είναι η μάζα, M , της καρότσας ώστε τα δύο σώματα μόλις που να καταφέρνουν να ισορροπούν κατά αυτόν τον τρόπο;

Στη συνέχεια, θεωρήστε τη σφαίρα και μια ελαφρύτερη καρότσα με μάζα $m_1=10\text{ kg}$ στις ίδιες θέσεις (Σχήμα 2).



B₁) Αν η σφαίρα έχει (αρχική) επιτάχυνση, $a_{2,0}=3\sqrt{2}\text{ m/s}^2$, κάθετη στη διεύθυνση τού νήματος (όπως στο Σχήμα 2), βρείτε τη δύναμη που δέχεται η καρότσα από τη σφαίρα.

Να θεωρηθεί ότι η μέγιστη στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης. Δίνονται: $g=10\text{ m/s}^2$, $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \sqrt{2}/2$, $\epsilon\phi 45^\circ = 1$. Όλα τα υποερωτήματα είναι ισοδύναμα.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

A₁) A₂) Βλέπε Σχήμα 3.

Στη σφαίρα Σ₂ ασκούνται:

Βάρος:

$$B_2 = m_2 \cdot g = 20 \cdot 10 = 200 \text{ N}$$

Τάση νήματος: T

Δύναμη από καρότσα: F_2

Στην καρότσα Σ₁ ασκούνται:

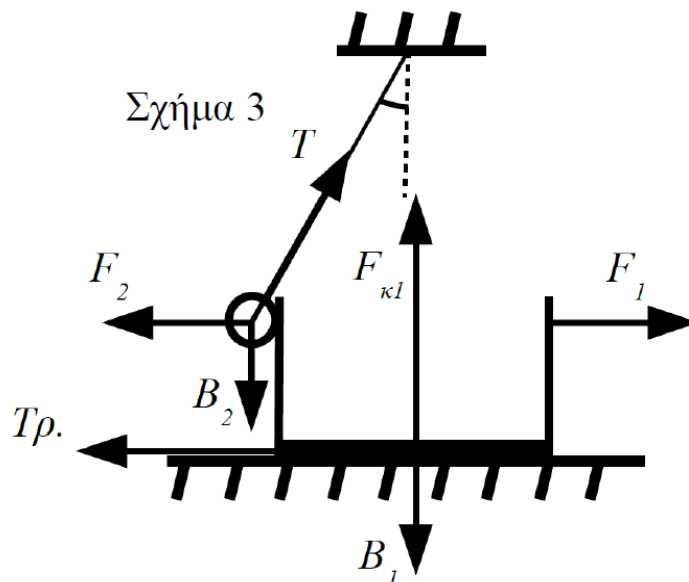
Βάρος:

$$B_1 = M_1 \cdot g = 60 \cdot 10 = 600 \text{ N}$$

Δύναμη από σφαίρα: $F_1 = F_2$ (δράση-αντίδραση)

Δύναμη από έδαφος: $F_{κλ} = B_1 = 600 \text{ N}$

Τριβή (στατική): $Tρ_{στ.} = F_1$



Εξάλλου, από την ανάλυση τής τάσης τού νήματος και την ισορροπία τής σφαίρας: $T_x = T \cdot \eta\mu\theta_0 = F_2$, $T_y = T \cdot \sigma\upsilon\eta\theta_0 = B_2$ κι επομένως, με διαίρεση

κατά μέλη: $\epsilon\phi\theta_0 = F_2 / B_2 \rightarrow F_2 = B_2 \cdot \epsilon\phi\theta_0 = 200 \cdot \epsilon\phi 45^\circ = 200 \cdot 1 = 200 \text{ N}$

(βλέπε και παράδειγμα στη σελ. 119 τού σχολικού βιβλίου)

Επίσης, $T_x = F_2 = 200 \text{ N}$ και $T_y = B_2 = 200 \text{ N}$ και άρα: $T = 200 \cdot \sqrt{2} \text{ N}$

Τέλος, επειδή $F_1 = F_2 = 200 \text{ N}$, από την ισορροπία τής καρότσας:

$$Tρ_{στ.} = F_1 = 200 \text{ N}$$

A₃) Η μέγιστη τιμή τής στατικής τριβής είναι: $Tρ_{στ.,max} = Tρ_{ολίσθ.}$ και,

για να ισορροπούν τα σώματα, πρέπει να είναι $F_1 = Tρ_{στ.,max}$ άρα

(επειδή $F_1 = F_2$) $F_2 = Tρ_{στ.,max} \rightarrow B_2 \cdot \epsilon\phi\theta_0 = \mu \cdot M \cdot g$

$$m_2 \cdot g \cdot \epsilon\phi\theta_0 = \mu \cdot M \cdot g \rightarrow M = m_2 \cdot \epsilon\phi\theta_0 / \mu \text{ οπότε τελικά}$$

$$M = 20 \cdot 1 / 0,5 = 40 \text{ kg}$$

B₁) Βλέπε Σχήμα 4.

Θα είναι: $\alpha_{2x,0} = \alpha_{2y,0} = \sqrt{2}/2 \cdot \alpha_{2,0} = \sqrt{2}/2 \cdot 3\sqrt{2} = 3 \text{ m/s}^2$

Τα δύο σώματα (σφαίρα και καρότσα) έχουν την ίδια οριζόντια συνιστώσα επιτάχυνσης:

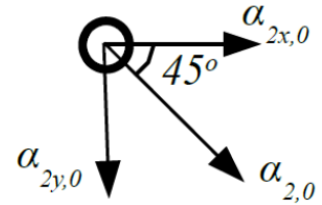
$$\alpha_{1,0} = \alpha_{2x,0} = 3 \text{ m/s}^2$$

Επομένως (βλέπε και Σχήμα 5):

$$\Sigma F_{x1} = F_1 - T\rho'_{ολισθ.} = m_1 \cdot \alpha_{1,0}$$

με $T\rho'_{ολισθ.} = \mu \cdot m_1 \cdot g = 0,5 \cdot 10 \cdot 10 = 50 \text{ N}$

άρα $F_1 - 50 = 10 \cdot 3 \rightarrow F_1 = 80 \text{ N}$



Σχήμα 4

Πιο ολοκληρωμένη ανάλυση (Σχήμα 5):

Για την καρότσα είναι (όπως πριν):

$$\Sigma F_{x1} = F_1 - T\rho'_{ολισθ.} = m_1 \cdot \alpha_{1,0} \quad (1)$$

με $T\rho'_{ολισθ.} = \mu \cdot m_1 \cdot g = 0,5 \cdot 10 \cdot 10 = 50 \text{ N}$

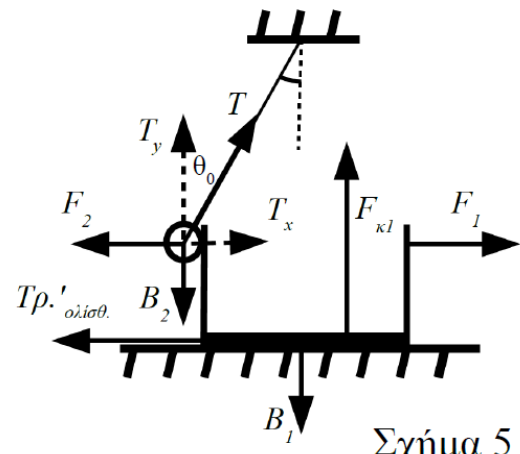
Για τη σφαίρα είναι:

$$\Sigma F_{x2} = T_x - F_2 = m_2 \cdot \alpha_{2x,0} \quad (2)$$

με $T_x = T \cdot \eta\mu\theta_0$ και:

$$\Sigma F_{y2} = B_2 - T_y = m_2 \cdot \alpha_{2y,0} \quad (3)$$

με $T_y = T \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_0$



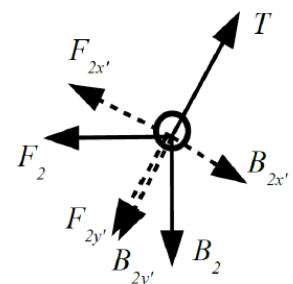
Σχήμα 5

Τα δύο σώματα (σφαίρα και καρότσα), όπως είδαμε και πριν, έχουν την ίδια οριζόντια συνιστώσα επιτάχυνσης: $\alpha_{2x,0} = \alpha_{1,0} \quad (4)$

Τέλος, η σφαίρα δεν έχει επιτάχυνση κατά τη διεύθυνση τού νήματος (Σχήμα 6), το οποίο σημαίνει:

$$\alpha_{2x,0} = \alpha_{2y,0} \quad (5)$$

και $T = B_{2y'} + F_{2y'} \rightarrow T = B_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_0 + F_2 \cdot \eta\mu\theta_0 \quad (6)$



Σχήμα 6

Οι εξισώσεις (1)-(5) δημιουργούν ένα σύστημα

εξισώσεων για τα F ($= F_1 = F_2$), T , α ($= \alpha_{2x,0} = \alpha_{1,0} = \alpha_{2y,0}$)

Συγκεκριμένα:

$$F - 50 = 10 \cdot \alpha \quad F = 80 \text{ N}$$

$$\sqrt{2}/2 \cdot T - F = 20 \cdot \alpha \quad \text{με λύση: } T = 140\sqrt{2} \text{ N}$$

$$200 - \sqrt{2}/2 \cdot T = 20 \cdot \alpha \quad \alpha = 3 \text{ m/s}^2$$

Τέλος, η εξίσωση (6) $T = 200 \cdot \sqrt{2}/2 + F \cdot \sqrt{2}/2$ επαληθεύεται κι αυτή.