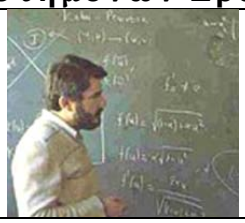
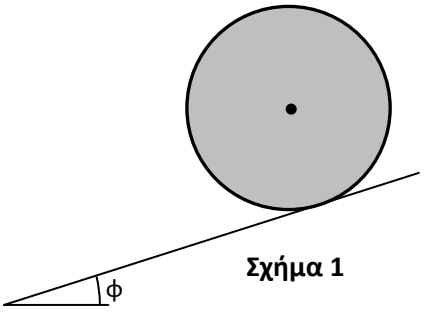
Σύλλογος Θετικών Επιστημόνων Δράμας	Διαγωνισμός στη μνήμη του καθηγητή Βασίλη Ξανθόπουλου
	**Φυσική Γ΄ Τάξης** **Δράμα, 10 Απριλίου 2022**

Συμπαγής και ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R, αφήνεται όταν t_o=0 να κυλίσει χωρίς αρχική ταχύτητα και χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας, πάνω σε τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ, όπως δίνεται στο σχήμα 1. Ο κύλινδρος κατέρχεται με σταθερή επιτάχυνση α_{cm}=α. Όταν ο κύλινδρος έχει διανύσει διάστημα S=8m τότε έχει αποκτήσει ταχύτητα υ_{cm}=8m/s. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος και I_{cm}=0,5mR^2.

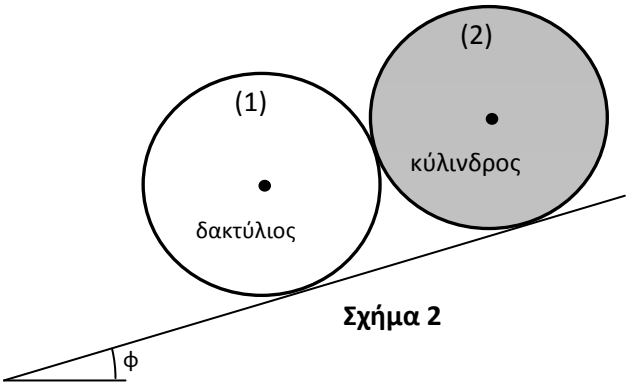


Σχήμα 1

Α1. Να υπολογίσετε το ημφ. **(Μονάδες 4)**

Α2. Αν m=1kg, να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t_1=1s. **(Μονάδες 4)**

Β1. Ομογενής κυλινδρικός δακτύλιος μάζας m και ακτίνας R (σώμα 1) και ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R (σώμα 2), συγκρατούνται ακίνητοι και σε επαφή μεταξύ τους πάνω σε τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ με ημφ=0,6 όπως δίνεται στο σχήμα 2. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δακτυλίου και κυλίνδρου είναι μ=1. Οι άξονες των σωμάτων που διέρχονται από τα κέντρα των βάσεών τους είναι οριζόντιοι. Η ροπή αδράνειας του δακτυλίου είναι ίση με $I_{1cm}=I_1$ και του κυλίνδρου $I_{2cm}=I_2$=0,5mR^2. Να βρεθεί η κοινή μεταφορική επιτάχυνση α_{cm}=α, με την οποία κινούνται τα σώματα όταν αφεθούν ελεύθερα και χωρίς να ολισθαίνουν στο κεκλιμένο επίπεδο. **(Μονάδες 4)**



Σχήμα 2

Β2. Κατά την κίνηση του συστήματος των σωμάτων του ερωτήματος Β1, να βρεθεί σε τι ποσοστό επί τις εκατό (%) η ελάττωση της δυναμικής ενέργειας λόγω βαρύτητας |ΔU| του συστήματος των σωμάτων, μετατρέπεται σε θερμότητα Q. **(Μονάδες 4)**

Β3. Για το σύστημα του ερωτήματος Β1, να διερευνηθεί αν υπάρχουν πεπερασμένες τιμές του συντελεστή τριβής μ μεταξύ δακτυλίου και κυλίνδρου, ώστε τα σώματα να ισορροπήσουν όταν αφεθούν ελεύθερα. **(Μονάδες 4)**

- Για όλα τα παραπάνω ερωτήματα δίνεται g=10m/s^2.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Διαγωνισμός Ξανθόπουλου 2022. Φυσικής Γ τάξης.

Ε Ν Δ Ε Ι Κ Τ Ι Κ Ε Σ Λ Υ Σ Ε Ι Σ

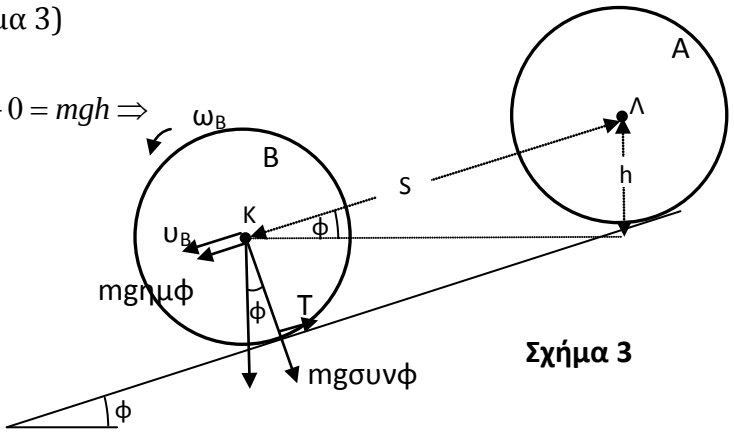
Α1. Θ.Μ.Κ.Ε από θέση Α σε θέση Β (βλέπε σχήμα 3)

$$\Delta K=\Sigma W \Rightarrow K_B - K_A = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_B^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_B^2 - 0 = mgh \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 + \frac{1}{2}0,5mR^2(\frac{\upsilon_B}{R})^2 = mgh \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4}m\upsilon_B^2 = mgh \Rightarrow \frac{3}{4}\upsilon_B^2 = gh \quad [1]$$

$$h = S\eta\mu\phi \quad [2]$$



Σχήμα 3

$[1]$, $[2]$: $\frac{3}{4}\upsilon_B^2 = gS\eta\mu\phi \Rightarrow \eta\mu\phi = \frac{3\upsilon_B^2}{4gS} \Rightarrow \boxed{\eta\mu\phi = 0,6}$ $[3]$

Α2. (βλέπε σχήμα 3)

$$\left.\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}at_1^2 \\ \upsilon_{1cm} &= at_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a = \frac{\upsilon_{1cm}^2}{2S} = \frac{8^2}{2\cdot 8} = 4m/s^2 \quad [4]$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \Sigma F \cdot \upsilon_{1cm} + \Sigma\tau_K \cdot \omega_1 = (mg\eta\mu\phi - T)\upsilon_{1cm} + TR\omega_1 = mg\upsilon_{1cm}\eta\mu\phi - T\upsilon_{1cm} + T\upsilon_{1cm} = mgat_1\eta\mu\phi =$$

$$1\cdot 10\cdot 4\cdot 1\cdot 0,6 = \boxed{24\,j/s} \quad [5]$$

Β1. (βλέπε σχήμα 4)

$\upsilon_{cm1} = \upsilon_{cm2} = \upsilon \quad \alpha_{cm1} = \alpha_{cm2} = \alpha \quad \upsilon = \omega R \Rightarrow \alpha = R\cdot a_\gamma$ $[6]$

Για δακτύλιο (1):

$$I_1 = \Sigma(m_j R_j^2) = (\Sigma m_j)R^2 = mR^2 \,[7]$$

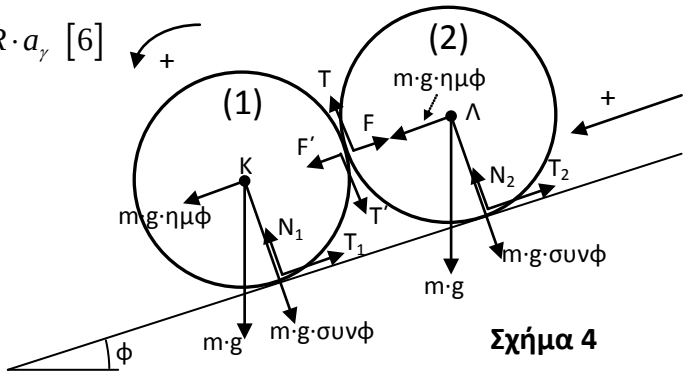
$$\Sigma F_x = m\alpha \Rightarrow mg\eta\mu\phi + F' - T_1 = ma \xrightarrow{F'=F}$$

$$T_1 = mg\eta\mu\phi + F - m\alpha \quad [8]$$

$$\Sigma\tau_K = I_1\alpha_\gamma \xrightarrow{[6]} T_1R - T'R = mR^2\frac{\alpha}{R} \Rightarrow$$

$$T_1 - T' = m\alpha \xrightarrow{T=\mu F,\, T'=T} T_1 = \mu F + m\alpha \quad [9]$$

[8], [9] $mg\eta\mu\phi + F - m\alpha = \mu F + m\alpha$ [10]



Σχήμα 4

Για κύλινδρο (2):

$\Sigma F_x = m\alpha \Rightarrow mg\eta\mu\phi - F - T_2 = m\alpha \Rightarrow T_2 = mg\eta\mu\phi - F - m\alpha$ [11]

$\Sigma \tau_\Lambda = I_2\alpha_\gamma \xrightarrow{[6]} T_2R - TR = \frac{1}{2}mR^2\frac{\alpha}{R} \Rightarrow T_2 - T = \frac{m\alpha}{2} \Rightarrow T_2 = \mu F + \frac{m\alpha}{2}$ [12]

[11], [12] $mg\eta\mu\phi - F - m\alpha = \mu F + \frac{m\alpha}{2} \Rightarrow F = \frac{mg\eta\mu\phi - 1,5m\alpha}{1+\mu}$ [13]

[10], [13] $mg\eta\mu\phi + \frac{mg\eta\mu\phi - 1,5m\alpha}{1+\mu} - m\alpha = \mu\frac{mg\eta\mu\phi - 1,5m\alpha}{1+\mu} + m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{4g\eta\mu\phi}{7+\mu} \Rightarrow$

$\alpha = \frac{24}{7+\mu} \xrightarrow{\mu=1} \boxed{\alpha = 3m/s^2}$ [14]

B2. Για μετακίνηση κατά S, το σύστημα αποκτά κινητική ενέργεια *K* (βλέπε σχήμα 4)

$K = K_1 + K_2 = [\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_1\omega^2] + [\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_2\omega^2] \xrightarrow{\omega=\upsilon/R} K = \frac{7}{4}m\upsilon_{cm}^2 \xrightarrow{\upsilon_{cm}=\alpha t} \frac{7}{4}m(\alpha t)^2 =$

$\frac{7}{4}\cdot 2ma(\frac{1}{2}\alpha t^2) \xrightarrow{S=\frac{1}{2}\alpha t^2} 3,5maS$ [15]

Η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται κατά $|\Delta U| = 2mgh \xrightarrow{h=S\eta\mu\phi} 2mgS\eta\mu\phi = 12mS$ [16]

Η θερμότητα που παράγεται είναι $Q = |\Delta U| - K = 12mS - 3,5maS = mS(12 - 3,5a)$ [17]

Άρα το ποσοστό είναι:

$\frac{Q}{|\Delta U|}\cdot 100\% = \frac{mS(12-3,5a)}{12mS}\cdot 100\% = \frac{(12-3,5a)}{12}\cdot 100\% = (1 - \frac{3,5}{12}\cdot\frac{24}{7+\mu})\cdot 100\% = (\frac{\mu}{7+\mu})\cdot 100\% =$

$\xrightarrow{[\mu=1]} \frac{1}{8}\cdot 100\% = \boxed{12,5\%}$ [18]

B3. Έστω ότι το σύστημα ισορροπεί: (βλέπε σχήμα 4)

Ο δακτύλιος (1) ισορροπεί:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow mg\eta\mu\phi + F' - T_1 = 0 \xrightarrow{F'=F} T_1 = mg\eta\mu\phi + F$ [19]

$\Sigma \tau_K = 0 \Rightarrow T_1R - T'R = 0 \xrightarrow{T'=T} T_1 = T$ [20]

Ο κύλινδρος (2) ισορροπεί:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow mg\eta\mu\phi - F - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = mg\eta\mu\phi - F$ [21]

$\Sigma \tau_\Lambda = 0 \Rightarrow T_2R - TR = 0 \Rightarrow T_2 = T$ [22]

[20], [22] $T_1 = T_2 = T$ [23]

[19], [21], [23] $mg\eta\mu\phi + F = mg\eta\mu\phi - F \Rightarrow F = 0$ [24]

Αφού F=0 προκύπτει T= T′=μF=0 και επομένως από [20] και [22] προκύπτει $T_1=T_2=0$. Άρα δεν μπορεί να ισχύουν οι σχέσεις [19] και [21] γιατί mgημφ>0.

Επομένως το σύστημα δεν μπορεί να ισορροπεί για καμία πεπερασμένη τιμή του μ.

Σε ορισμένες περιπτώσεις και για εκπαιδευτικούς λόγους, οι αντικαταστάσεις κάποιων μεγεθών με τις δοσμένες από την εκφώνηση αριθμητικές τιμές έγινε στο τέλος της λύσης. Αυτό προφανώς δεν ήταν απαιτητό από τους διαγωνιζόμενους.