

Διαγωνισμός Βασίλη Ξανθόπουλου 2008

Θέματα Φυσικής Γ' Λυκείου

Ένα μεγάλο ασανσέρ μάζας $M = 300 \text{ Kg}$ φέρει στο μέσον της οροφής του κρεμασμένο ελατήριο σταθεράς $k = 1000 \text{ N/m}$ από το ελεύθερο άκρο του οποίου κρεμιέται σώμα μάζας $m = 100 \text{ Kg}$. Αφήνουμε το ασανσέρ να κάνει ελεύθερη πτώση για χρονικό διάστημα $\Delta t = \sqrt{0,3} \text{ s}$ μετά από το οποίο κτυπά στο οριζόντιο έδαφος και ακινητοποιείται ακαριαία.

α) Από πόσο ύψος αφήσαμε το ασανσέρ;

β) Ποια είναι η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του ελατηρίου, αν θεωρήσουμε για $t_0 = 0$ τη χρονική στιγμή που το ασανσέρ κτυπά στο έδαφος;

γ) Πόση ταχύτητα θα έχει το κρεμασμένο σώμα m τη χρονική

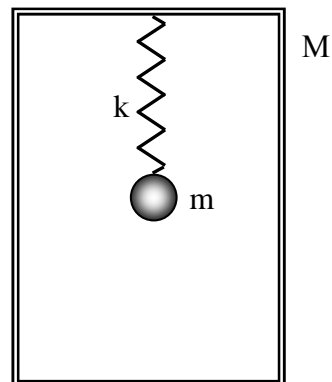
στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{10}} \text{ s}$;

δ) Πόση δύναμη ασκεί την παραπάνω χρονική στιγμή το ασανσέρ στο έδαφος;

Δίνεται α) $g = 10 \text{ m/s}^2$ και β) ότι κατά τη διάρκεια της ελεύθερης πτώσης του ασανσέρ, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Να θεωρήσετε ως θετική κατεύθυνση του άξονα yy' την φορά προς τα πάνω.

(Τα τέσσερα θέματα είναι ισοδύναμα)



ΛΥΣΗ

α) Η διάρκεια της ελεύθερης πτώσης διαρκεί $\Delta t = \sqrt{0,3}s$ οπότε το ύψος από το οποίο θα αφήσουμε

το ασανσέρ είναι: $h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (\sqrt{0,3})^2 \Rightarrow$

$$h = 1,5m$$

β) Όταν το ασανσέρ κτυπά στο έδαφος έχει αποκτήσει ταχύτητα κατά μέτρο:

$$|v_0| = g(\Delta t) = 10 \cdot \sqrt{0,3} = \sqrt{30} m/s$$

και επειδή κινείται προς τ' αρνητικά: $v_0 = -\sqrt{30} m/s$

Κατά τη διάρκεια της ελεύθερης πτώσης του το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, οπότε τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ (στιγμή πρόσπτωσης) το σώμα απέχει από τη θέση ισορροπίας απόσταση y_0 τέτοια ώστε:

$$ky_0 = mg \Rightarrow y_0 = \frac{mg}{k} = \frac{100 \cdot 10}{1000} = +1m.$$

Οπότε εφαρμόζοντας Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.) υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης:

$$U_{\max} = U_{\text{αρχ}} + K_{\text{αρχ}} \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}ky_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}1000 \cdot A^2 = \frac{1}{2}1000 \cdot 1^2 + \frac{1}{2}100(\sqrt{30})^2 \Rightarrow A = 2m.$$

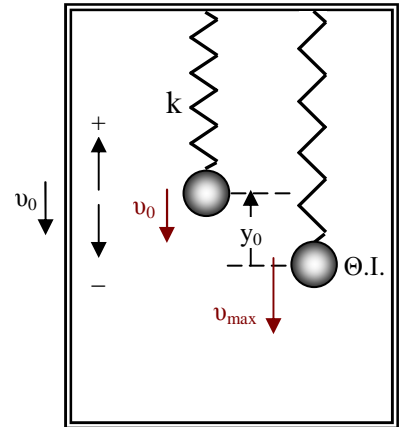
Η γωνιακή συχνότητα θα είναι: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{100}} \Rightarrow \omega = \sqrt{10} \text{ rad/s}$

Αν φ_0 είναι η αρχική φάση της ταλάντωσης:

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{y_0}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ και } \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = \frac{v_0}{\omega A} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ οπότε: } \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}$$

Συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$

$$y = 2\eta\mu\left(\sqrt{10}t + \frac{5\pi}{6}\right)(S.I.)$$

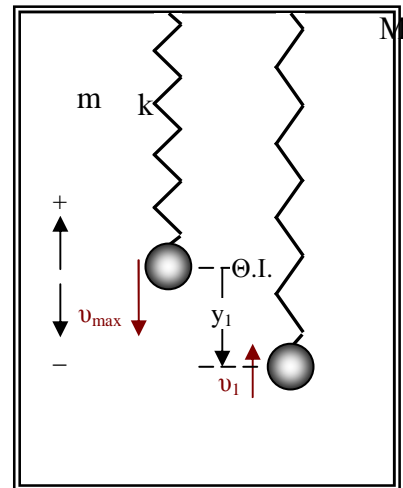


γ) Από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$v = \omega A \sigma \nu \nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v = \sqrt{10} \cdot 2 \cdot \sigma \nu \nu\left(\sqrt{10}t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

Οπότε για $t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{10}} s$ έχουμε:

$$v_1 = \sqrt{10} \cdot 2 \cdot \sigma \nu \nu\left(\pi + \frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow \boxed{v_1 = +\sqrt{30} m/s}$$



δ) Υπολογίζουμε τη δύναμη ταλάντωσης για $t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{10}} s$:

$$F_{\tau\alpha\lambda} = -ky = -kA \eta \mu(\omega t + \varphi_0) = -1000 \cdot 2 \cdot \eta \mu\left(\sqrt{10} \cdot \frac{\pi}{\sqrt{10}} + \frac{\pi}{6}\right) = +1000 N$$

Όμως η δύναμη της ταλάντωσης είναι η συνισταμένη της δύναμης του ελατηρίου και του βάρους:

$$F_{\tau\alpha\lambda} = F_{\varepsilon\lambda} - mg \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = F_{\tau\alpha\lambda} + mg = 1000 + 100 \cdot 10 = 2000 N$$

Συνεπώς το ασανσέρ ασκεί στο έδαφος εκτός από το βάρος του και τη δύναμη που δέχεται από το ελατήριο. Οπότε η αντίδραση του εδάφους είναι:

$$N = Mg + F_{\varepsilon\lambda} = 300 \cdot 10 + 2000 \Rightarrow$$

$$\boxed{N = 5000 N}$$

