Ζήτημα 1ο Γ' ΤΑΞΗ

Θέλουμε να κατασκευάσουμε πίνακα $\mu \times \nu$ $A = [a_{ij}]$ με $\mu \geq \nu$ ώστε να ισχύουν.

1. Το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \ldots \Gamma_\mu$ να είναι αντίστοιχα $1, 2, 3, \ldots, \mu$.
2. Το άθροισμα των στοιχείων κάθε στήλης $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \ldots \Sigma_\nu$ να είναι αντίστοιχα $\ln\alpha, \ln\alpha^2, \ln\alpha^3, \ldots, \ln\alpha^\nu$ όπου $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$

Να αποδείξετε ότι αν 1) αν $0 < \alpha < e$ τέτοιος πίνακας δεν υπάρχει 2) αν $\alpha = e^{\frac{\mu+1}{\nu+1}}$ και υπάρχει τέτοιος πίνακας τότε αυτός είναι τετραγωνικός.

Ζήτημα 2ο

Να βρεθεί για τις διάφορες τιμές του $\nu \in \mathbb{N}^*$ το $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ όπου

$$f(x) = \frac{|x-1-\ell^2| - |x-1+\ell^2|}{(\sqrt{x}-1)^\nu}$$

όπου $\ell \in \mathbb{R}^*$.

Ζήτημα 3ο

Δίνεται πίνακας $A \in \Pi\nu\times\nu$ και $S = \{X \in \Pi\nu\times\nu : A \cdot X = X \cdot A\}$

i) Αν $B, \Gamma \in S$ και $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ να δείξετε ότι $\lambda_1 \cdot B + \lambda_2 \cdot \Gamma \in S$

ii) Αν $K, L, M \in \Pi\nu\times\nu$ και ισχύει $(K \cdot X^2 + L \cdot X + M) \in S$ για κάθε $X \in S$ να αποδείξετε ότι $K, L, M \in S$

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΒΑΣ. ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΥ
22/1/95