

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Θέμα 1ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ συνεχής και για κάθε $x \in R$ ισχύει:

$$x \cdot f(x) - 5 \cdot x^4 - x + 2 \cdot \eta\mu x^2 = 0$$

α) Να βρείτε τον τύπο της f και το $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

β) Να αποδείξετε ότι η $f(x) = 0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα πραγματική.

Θέμα 2ο

Έστω η συνάρτηση $f: R \rightarrow R$, με $f(0) = 1$

i) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g με τύπο $g(x) = \frac{2 \cdot f(x)}{1 + f^2(x)}$ έχει μέγιστη τιμή το 1.

ii)

α) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της φ με $\varphi(x) = \frac{2 \cdot e^x + 3 \cdot e^{2x} + 3}{1 + e^{2x}}$

β) Να βρείτε τα ακρότατα της h με $h(x) = 5 + \sigma\upsilon\nu \frac{\pi \cdot x}{2}$

γ) Να αποδείξετε ότι $\varphi(x) < h(x)$ για κάθε $x \in R$.